

Einige Bemerkungen zur Auswahl von
Rechenverfahren der Ausgleichsrechnung.
Das Verfahren von Cholesky und die
Schmidtsche Orthogonalisierung

Von

Hans-Jürgen Büttler

Zürich

Sonderdruck aus
«Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik»
108. Jahrgang, Heft 4, 1972

Einige Bemerkungen zur Auswahl von Rechenverfahren der Ausgleichsrechnung. Das Verfahren von Cholesky und die Schmidtsche Orthogonalisierung

Von Hans-Jürgen Büttler, Zürich

1. Einleitung

Der empirisch arbeitende Ökonom benützt in der Regel für die Regressionsrechnung, im folgenden als Ausgleichsrechnung bezeichnet, ein Computerprogramm mit einem bestimmten Rechenverfahren. Über die Güte des gewählten Rechenverfahrens aber sollte der Empiriker Bescheid wissen, denn die ökonomisch wichtigen Ergebnisse wie Koeffizienten der Regressionsgleichung und deren Standardabweichungen können nicht nur statistisch, sondern auch numerisch nicht gesichert sein. Bevor der Regressionskoeffizient auf seinen Vertrauensbereich hin geprüft werden kann, muss der Programmbenützer wissen, ob dieser in der gewünschten Anzahl Stellen numerisch gesichert ist. Die numerische Prüfung kommt vor der statistischen Prüfung. Die Güte eines Rechenverfahrens wird durch die Rechengenauigkeit, die Rechenzeit und die Speicherplatzbedürfnisse bestimmt:

1. Die *Rechengenauigkeit* hängt vom Rechenverfahren, vom Umfang und von der Art des Problems ab.

Die einfachste Methode zur Auflösung eines linearen Gleichungssystems, nämlich die *Cramer-Regel*, arbeitet bei gegebener Anzahl verfügbarer Stellen eines Rechengerätes weniger genau als eine anspruchsvollere Methode wie z.B. der *Gauss-Algorithmus* [7]. Dies bedeutet, dass durch die Rechenoperationen Stellen verlorengehen. Angenommen, ein Computer habe 10 Stellen¹ zur Verfügung und das Rechenverfahren verliere für ein bestimmtes Problem 8 Stellen, dann sind nur die ersten 2 Ziffern² des Ergebnisses numerisch gesichert, die restlichen 8 Ziffern hingegen rein zufällig. Es ist auch klar, dass mit zunehmendem Umfang des Problems der Stellenverlust steigt, da durch die vermehrten Operationen Stellen verlorengehen. So wird der Stellenverlust für die Inversion einer Matrix von der Ordnung 2×2 kleiner als derjenige einer Matrix von der Ordnung 100×100 sein. Schliesslich übt noch die Art des Problems einen Einfluss auf die Genauigkeit aus. Der Stellenverlust für eine Regressionsgleichung mit Multikollinearität der erklärenden Variablen wird für ein bestimmtes Rechenverfahren grösser sein als derjenige für eine Regressionsgleichung ohne Multikollinearität, da bekanntlich bei Multikollinearität die Determinante nahezu Null³ wird und z.B. bei der *Cramer-Regel* durch diese dividiert werden muss.

2. Die *Rechenzeit* hängt vom Rechenverfahren und vom Computertyp ab.

Es ist nun wesentlich für die Benützerkosten, ob ein Rechenverfahren bei gleicher Genauigkeit wesentlich schneller als ein anderes läuft. Die Benützerkosten ergeben sich aus der Rechenzeit, der Kompilationszeit des Compilers und dem beanspruchten Speicherplatz.