WäHRUNGSOPTIONEN
ALS ZENTRALBANKINSTRUMENT?

1. Fragestellung
2. Definition der Währungsoption
3. Preisschranken der Kaufsoption
4. Preisschranken der Verkaufsoption
5. Einsatz von Währungsoptionen

Humboldt Universität zu Berlin 1992

1. Fragestellung

• **Annahme**: Zielzonen zwischen Währungsblöcken; EWS.

• **Fragen**: Eignen sich Währungsoptionen, um Zielzonen einzuhalten? Sozialer Nutzen? Einsatzmöglichkeiten?

2. Definition der Währungsoption

• **Kaufsoption** (KO, call option):

Halter: erwirbt Recht, jedoch nicht die Pflicht, künftig eine Deviseneinheit zu einem heute vereinbarten Preis, dem **Ausübungspreis** X, zu kaufen. Bezahlt Optionspreis heute.

Schreiber: Verpflichtung, eine Deviseneinheit im Austausch für den Ausübungspreis zu liefern, falls Halter seine Option ausübt. Erhält Optionspreis heute.

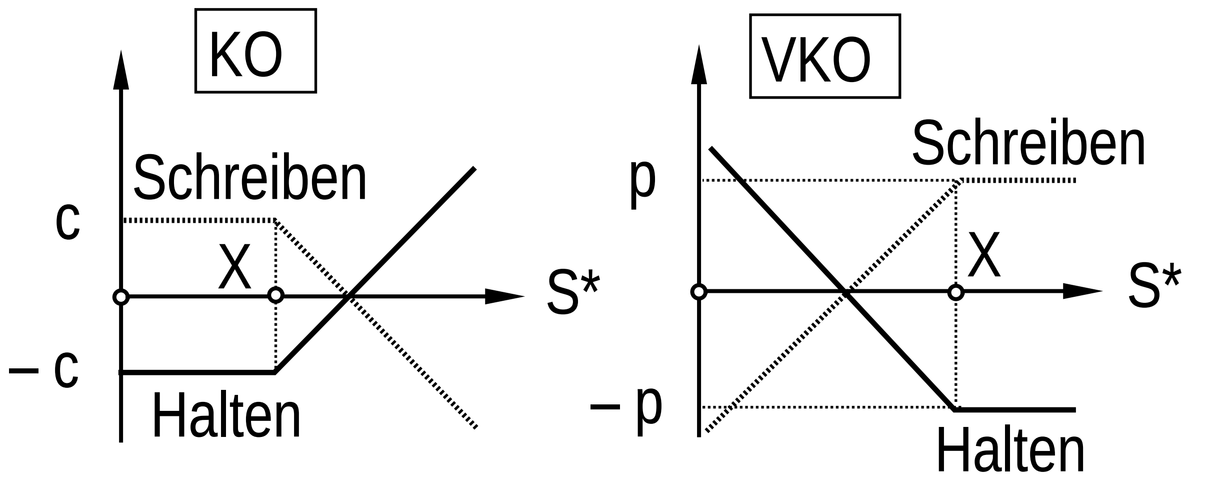
• **Verkaufsoption** (VKO, put option):

Halter: erwirbt Recht, jedoch nicht die Pflicht, künftig eine Deviseneinheit zum heute vereinbarten Ausübungspreis, *X*, zu verkaufen. Bezahlt Optionspreis heute.

Schreiber: Verpflichtung, eine Deviseneinheit zum Ausübungspreis zu kaufen, falls Halter seine Option ausübt. Erhält Optionspreis heute.

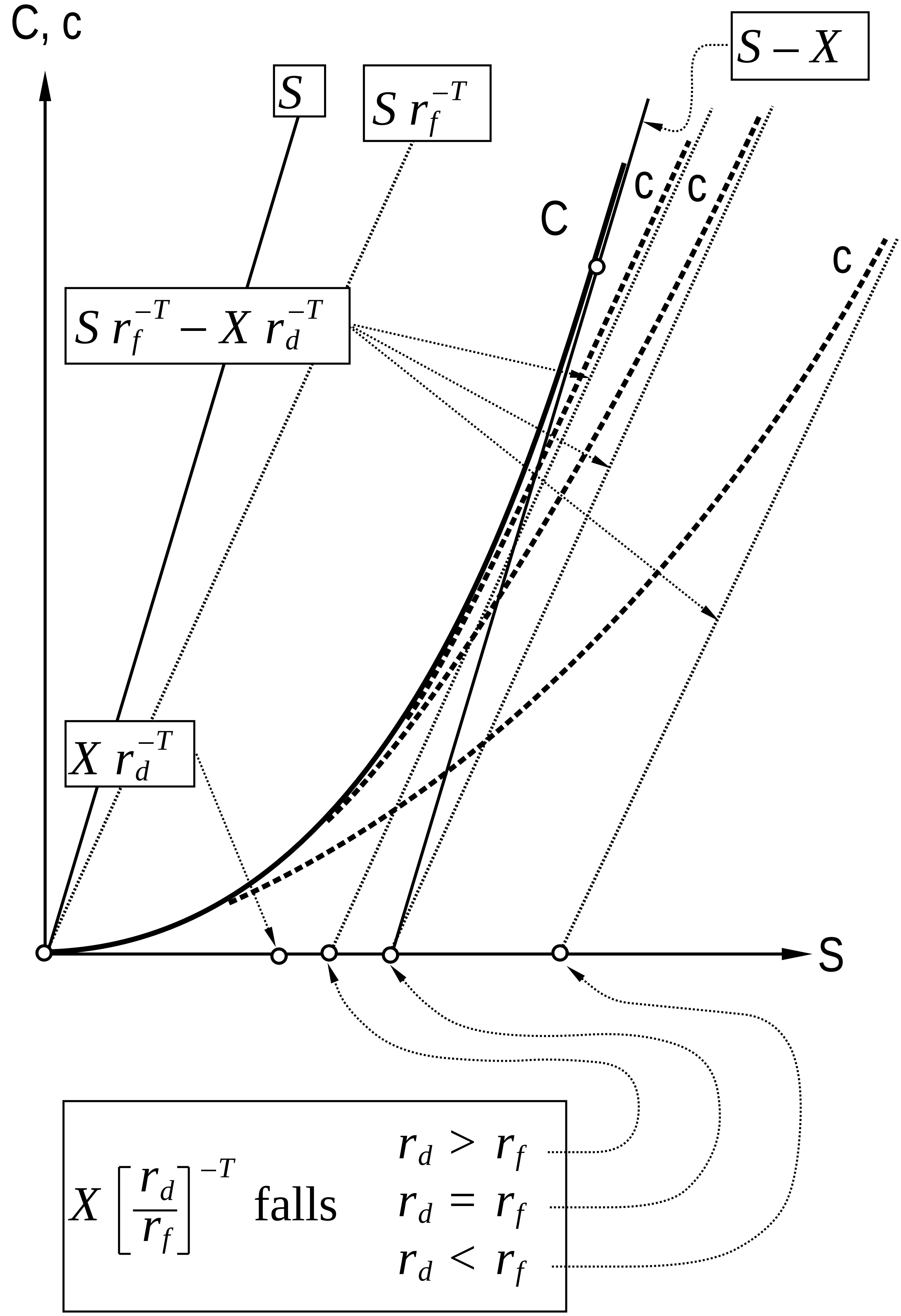
• **Europäisch**: Ausübung nur am Verfallstag.

• **Amerikanisch**: während Lauzeit (3 – 9 Monate, falls börsengängig).

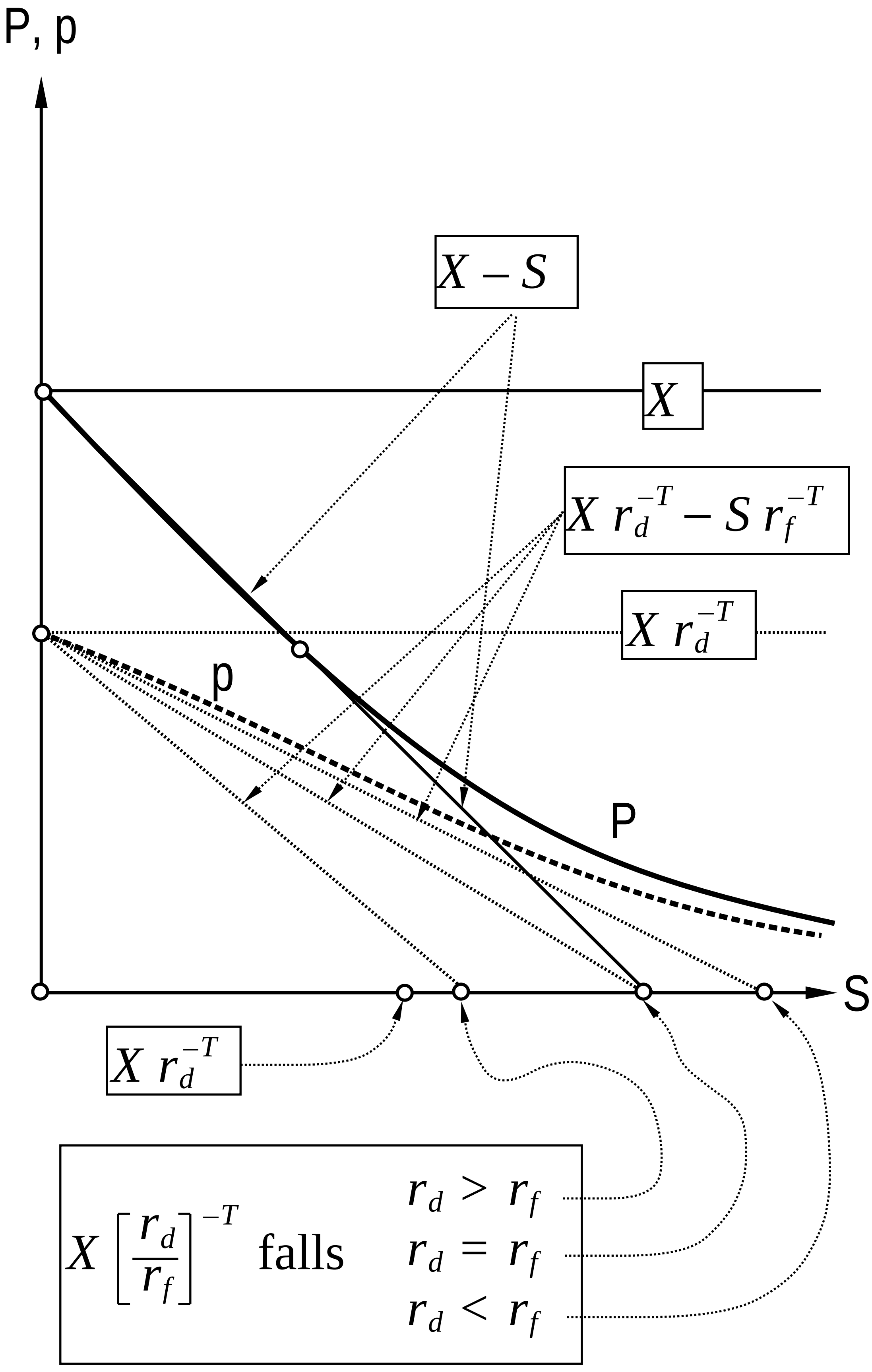


Auszahlung (europäisch, keine Diskontierung).

3. Preisschranken der KO auf Währungen

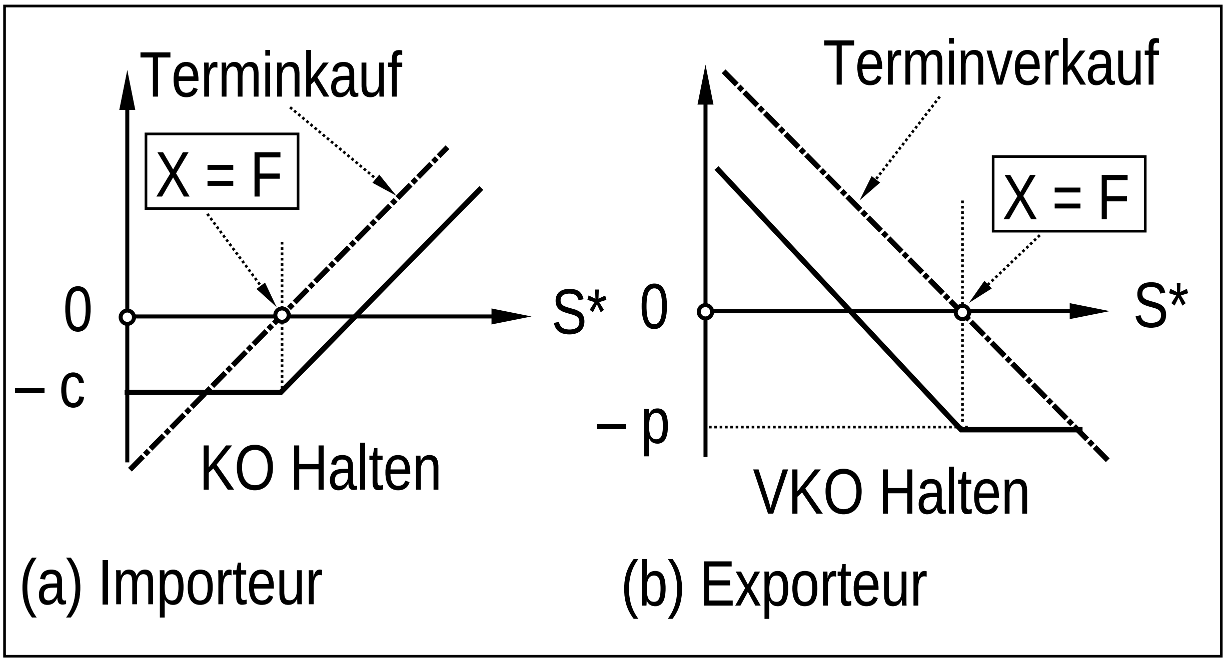


4. PREISSCHRANKEN DER VKO AUF WÄHRUNGEN



5. Einsatz von Währungsoptionen

- **Sozialer Wert der Währungsoption**:
  1. Hypothese: Höhere Wechselkursvolatilität reduziert internationalen Handel.
     a. Empirischer Befund ist gemischt; z. B. Hooper und Kohlhagen [1978], IWF [1984].
     b. Erhöhen oder reduzieren Währungsoptionen die Wechselkursvolatilität?
  2. Absicherung (hedging) einer Wechselkursposition kann mit Hilfe von Währungsoptionen vorteilhafter als mit Terminkontrakten sein. Insbesondere, wenn Zahlung und Lieferdatum unsicher sind.
     Beispiel: Zahlung und Lieferdatum bekannt, europäische Optionen:



3. Beseitigung des Wechselkursrisikos durch „aktives“ Optionsschreiben.

„Passives“ Optionsschreiben: Transfer des Risikos.

„Aktives“ Optionsschreiben: traditionellerweise durch Geschäftsbanken.

KO:

$$c = S\,B_f + B_d\ ,\ B_d \leqq 0,\ 0 \leqq B_f \leqq 1,$$

$$\underbrace{-\,B_d}_{\text{lang (Gewinn)}} = \underbrace{S\,B_f}_{\text{lang}}\ \underbrace{-\,c}_{\text{schreiben}}\ .$$

VKO:

$$p = S\,B_f + B_d\,,\ B_d \geqq 0, -1 \leqq B_f \leqq 0,$$

$$\underbrace{-\,B_d}_{\text{kurz (Verlust)}} = \underbrace{S\,B_f}_{\text{kurz}}\ \underbrace{-\,p}_{\text{schreiben}}\ .$$

Probleme: Kontinuierliche Anpassung, Transaktionskosten, Restrisiko.

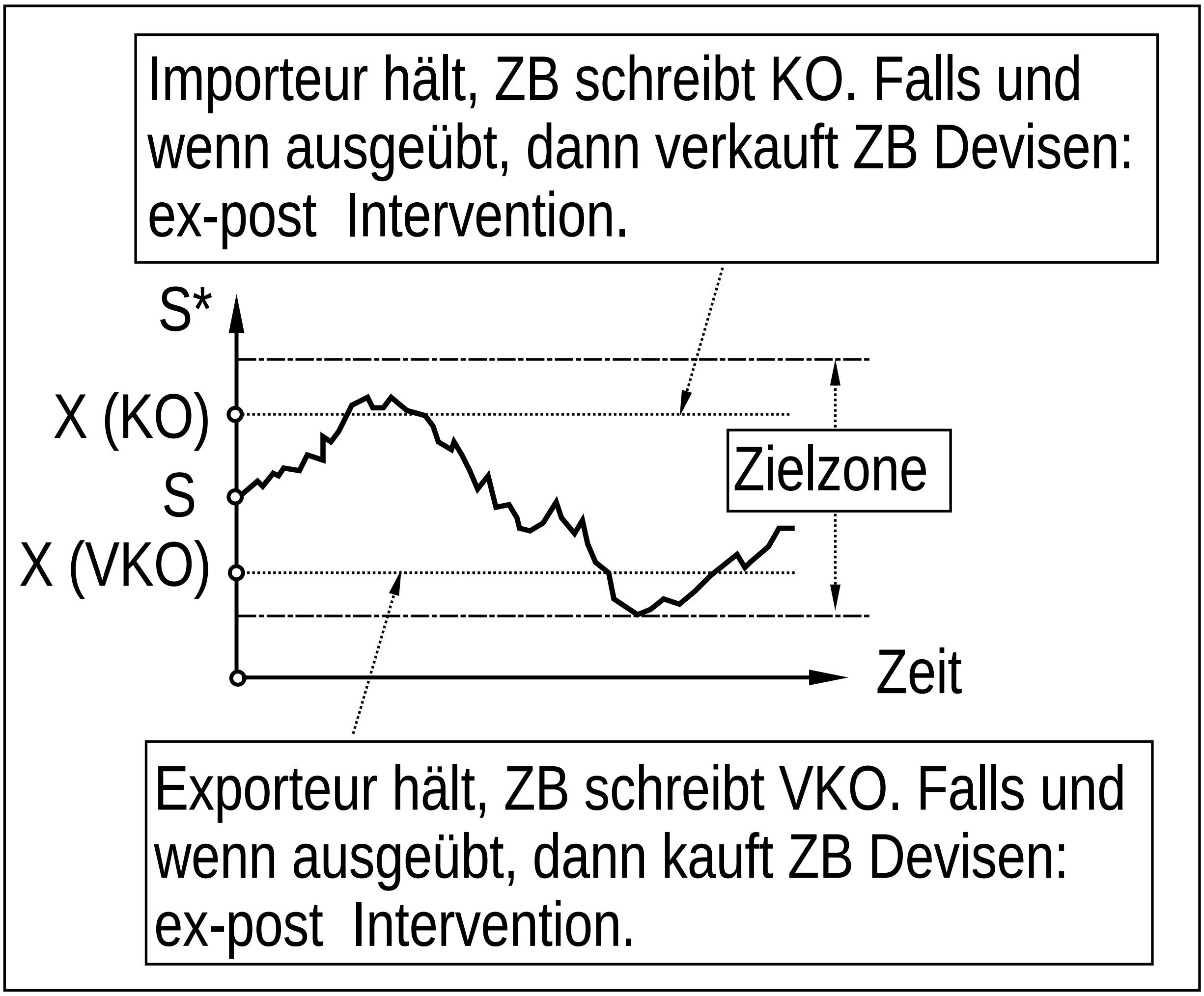
4. Schaffung neuer Absicherungsmöglichkeiten durch Währungsoptionen; Ross [1976].

• **Zwei Einsatzmöglichkeiten**:

1. Beinflussung des gegenwärtigen Wechselkurses durch Optionen mit Hilfe der europäischen Kauf-Verkaufsparität.

$$\underbrace{S\,r_f^{-T}}_{\downarrow} = \underbrace{c}_{\downarrow} - \underbrace{p}_{\uparrow} + X\,r_d^{-T}.$$

2. Gleichzeitiges Anbieten von amerikanischen KOen und VKOen, damit Wechselkurs in gewünschter Zielzone gehalten werden kann.



Ist *Einhaltung* einer engen Zielzone mit Hilfe von Währungsoptionen überhaupt *machbar*?

Abbildung Ausübungsschranken

Günstigstes *Beispiel* unter Risikoneutralität:
$S = 1{,}4$; $R_d = R_f = 5\%$; $T = 9$ Monate; $\sigma = 0{,}1$;
$C = P = 0 \Rightarrow +26\%, -21\%$.

ZUSAMMENFASSUNG

1. Es wurde gezeigt, wie Währungsoptionen funktionieren und wie deren Wert durch Arbitrage eingeschränkt werden kann.
2. Es wurde die Frage untersucht, ob sich Währungsoptionen als Zentralbankinstrument eignen. Die Ergebnisse lauten:
   a. Devisenoptionen eignen sich als Zentralbankinstrument, weil sie einen sozialen Nutzen stiften.
   b. Es scheint hingegen zweifelhaft, ob der Einsatz von Devisenoptionen im Rahmen von Wechselkurs-Zielzonen technisch machbar ist.

Tabelle 1: Ausübungsschranken (% von *X*).
R_d = 3,7%; R_f = 7,5%; n = 200.

Monate bis Verfall	Untere Schranke KO		Obere Schranke VKO	
	σ = 0,1	σ = 0,2	σ = 0,1	σ = 0,2
0	100,0	100,0	100,0	100,0
0,2	102,4	105,7	49,9	49,4
0,4	103,1	107,4	49,6	49,2
0,6	103,7	108,9	49,6	49,0
0,8	104,1	109,8	49,6	48,7
1	104,4	110,8	49,4	48,6
2	105,4	113,9	49,1	47,9
3	106,1	116,1	48,9	47,4
4	106,8	117,7	48,7	47,0
5	107,1	119,1	48,5	46,6
6	107,4	120,2	48,4	46,4
7	107,8	121,3	48,3	46,1
8	108,0	122,2	48,1	45,8
9	108,3	122,9	48,0	45,6

Tabelle 2: Ausübungsschranken und Preise von Währungsoptionen.
$S = 1,40$; $R_d = 3,7\%$; $R_f = 7,5\%$; $T = 0,75$; $\sigma = 0,1$; $n = 200$.

Basis-Preis	Ausübungs-schranken		Optionspreis			
			KO		VKO	
X	KO	VKO	amer.	eur.	amer.	eur.
1,0	1,08	0,48	0,40	0,35	0,00	0,00
1,1	1,19	0,53	0,30	0,26	0,00	0,00
1,2	1,30	0,58	0,20	0,16	0,00	0,00
1,3	1,41	0,63	0,10	0,08	0,02	0,02
1,4	1,52	0,67	0,03	0,03	0,07	0,07
1,5	1,63	0,72	0,01	0,01	0,14	0,14
1,6	1,73	0,77	0,00	0,00	0,23	0,23
1,7	1,84	0,82	0,00	0,00	0,33	0,33
1,8	1,95	0,87	0,00	0,00	0,43	0,43
1,9	2,06	0,91	0,00	0,00	0,52	0,52
2,0	2,17	0,96	0,00	0,00	0,62	0,62
2,1	2,28	1,01	0,00	0,00	0,72	0,72

Tabelle 2: Fortsetzung.
Ausübungsschranken und Preise von Währungsoptionen.
$S = 1{,}40$; $R_d = 3{,}7\%$; $R_f = 7{,}5\%$; $T = 0{,}75$; $\sigma = 0{,}1$; $n = 200$.

Basis-Preis X	Ausübungs-schranken		Optionspreis			
			KO		VKO	
	KO	VKO	amer.	eur.	amer.	eur.
2,2	2,38	1,06	0,00	0,00	0,81	0,81
2,3	2,49	1,11	0,00	0,00	0,91	0,91
2,4	2,60	1,16	0,00	0,00	1,01	1,01
2,5	2,71	1,20	0,00	0,00	1,11	1,11
2,6	2,82	1,25	0,00	0,00	1,20	1,20
2,7	2,93	1,30	0,00	0,00	1,30	1,30
2,8	3,03	1,35	0,00	0,00	1,40	1,40
2,9	3,14	1,40	0,00	0,00	1,50	1,50
3,0	3,25	1,44	0,00	0,00	1,60	1,59

Tabelle 3: Ausübungsschranken (% von X).
$R_d = 7{,}5\%$; $R_f = 3{,}7\%$; $n = 200$.

Monate bis Verfall	Untere Schranke KO		Obere Schranke VKO	
	$\sigma = 0{,}1$	$\sigma = 0{,}2$	$\sigma = 0{,}1$	$\sigma = 0{,}2$
0	100,0	100,0	100,0	100,0
0,2	200,6	202,1	97,6	94,6
0,4	201,4	203,3	97,0	93,0
0,6	201,8	204,5	96,6	91,9
0,8	202,1	205,3	96,1	91,0
1	202,6	206,1	95,9	90,4
2	203,7	208,8	94,8	87,8
3	204,5	210,8	94,2	86,1
4	205,3	212,7	93,7	84,9
5	206,1	214,3	93,4	84,0
6	206,8	215,8	93,0	83,2
7	207,3	217,0	92,8	82,5
8	207,6	218,2	92,6	81,9
9	208,0	219,3	92,4	81,3

Tabelle 4: Ausübungsschranken und Preise von Währungsoptionen.
$S = 1{,}40$; $R_d = 7{,}5\%$; $R_f = 3{,}7\%$; $T = 0{,}75$; $\sigma = 0{,}1$; $n = 200$.

Basis-Preis	Ausübungs-schranken		Optionspreis			
			KO		VKO	
X	KO	VKO	amer.	eur.	amer.	eur.
1,0	2,08	0,92	0,42	0,42	0,00	0,00
1,1	2,29	1,02	0,32	0,32	0,00	0,00
1,2	2,50	1,11	0,23	0,23	0,00	0,00
1,3	2,70	1,20	0,14	0,14	0,01	0,01
1,4	2,91	1,29	0,07	0,07	0,03	0,03
1,5	3,12	1,39	0,02	0,02	0,10	0,08
1,6	3,33	1,48	0,01	0,01	0,20	0,16
1,7	3,54	1,57	0,00	0,00	0,30	0,25
1,8	3,74	1,66	0,00	0,00	0,40	0,34
1,9	3,95	1,76	0,00	0,00	0,50	0,44
2,0	4,16	1,85	0,00	0,00	0,60	0,53
2,1	4,37	1,94	0,00	0,00	0,70	0,63

Tabelle 4: Fortsetzung.
Ausübungsschranken und Preise von Währungsoptionen.
$S = 1{,}40$; $R_d = 7{,}5\%$; $R_f = 3{,}7\%$; $T = 0{,}75$; $\sigma = 0{,}1$; $n = 200$.

Basis-Preis	Ausübungs-schranken		Optionspreis			
			KO		VKO	
X	KO	VKO	amer.	eur.	amer.	eur.
2,2	4,58	2,03	0,00	0,00	0,80	0,72
2,3	4,78	2,13	0,00	0,00	0,90	0,82
2,4	4,99	2,22	0,00	0,00	1,00	0,91
2,5	5,20	2,31	0,00	0,00	1,10	1,01
2,6	5,41	2,40	0,00	0,00	1,20	1,10
2,7	5,62	2,50	0,00	0,00	1,30	1,20
2,8	5,82	2,59	0,00	0,00	1,40	1,29
2,9	6,03	2,68	0,00	0,00	1,50	1,38
3,0	6,24	2,77	0,00	0,00	1,60	1,48

Tabelle 5: Ausübungsschranken (% von X).
$R_d = 5\%$; $R_f = 5\%$; $n = 200$.

Monate bis Verfall	Untere Schranke KO		Obere Schranke VKO	
	$\sigma = 0{,}1$	$\sigma = 0{,}2$	$\sigma = 0{,}1$	$\sigma = 0{,}2$
0	100,0	100,0	100,0	100,0
0,2	104,0	108,1	96,2	92,4
0,4	105,4	110,8	95,0	90,2
0,6	106,1	112,8	94,1	88,6
0,8	106,9	114,6	93,5	87,4
1	107,7	115,8	92,9	86,4
2	110,1	121,0	90,9	82,7
3	111,6	124,5	89,6	80,3
4	112,8	127,4	88,6	78,5
5	113,9	129,8	87,8	77,0
6	114,9	131,9	87,1	75,8
7	115,8	133,7	86,5	74,7
8	116,3	135,4	85,9	73,8
9	117,1	137,0	85,4	73,0

Tabelle 6: Ausübungsschranken und Preise von Währungsoptionen.
$S = 1{,}40$; $R_d = 5\%$; $R_f = 5\%$; $T = 0{,}75$; $\sigma = 0{,}1$; $n = 200$.

Basis-Preis X	Ausübungs-schranken		Optionspreis			
			KO		VKO	
	KO	VKO	amer.	eur.	amer.	eur.
1,0	1,17	0,85	0,40	0,39	0,00	0,00
1,1	1,29	0,94	0,30	0,29	0,00	0,00
1,2	1,41	1,03	0,20	0,19	0,00	0,00
1,3	1,52	1,11	0,11	0,11	0,01	0,01
1,4	1,64	1,20	0,05	0,05	0,05	0,05
1,5	1,76	1,28	0,01	0,01	0,11	0,11
1,6	1,87	1,37	0,00	0,00	0,20	0,20
1,7	1,99	1,45	0,00	0,00	0,30	0,29
1,8	2,11	1,54	0,00	0,00	0,40	0,39
1,9	2,23	1,62	0,00	0,00	0,50	0,48
2,0	2,34	1,71	0,00	0,00	0,60	0,58
2,1	2,46	1,79	0,00	0,00	0,70	0,67

Tabelle 6: Fortsetzung.
Ausübungsschranken und Preise von Währungsoptionen.
$S = 1,40$; $R_d = 5\%$; $R_f = 5\%$; $T = 0,75$; $\sigma = 0,1$; $n = 200$.

Basis-Preis X	Ausübungs-schranken		Optionspreis			
			KO		VKO	
	KO	VKO	amer.	eur.	amer.	eur.
2,2	2,58	1,88	0,00	0,00	0,80	0,77
2,3	2,69	1,97	0,00	0,00	0,90	0,87
2,4	2,81	2,05	0,00	0,00	1,00	0,96
2,5	2,93	2,14	0,00	0,00	1,10	1,06
2,6	3,04	2,22	0,00	0,00	1,20	1,16
2,7	3,16	2,31	0,00	0,00	1,30	1,25
2,8	3,28	2,39	0,00	0,00	1,40	1,35
2,9	3,40	2,48	0,00	0,00	1,50	1,45
3,0	3,51	2,56	0,00	0,00	1,60	1,54

PARITÄTSBEDINGUNGEN

• **Homogenität**: Eine Option auf auf zwei Dollar mit Ausübungspreis X ist gleich zwei Optionen auf je einem Dollar mit Ausübungspreis $X/2$.

$$C(\lambda S, \lambda X) = \lambda C(S, X), \lambda > 0.$$
$$C(S, X) = XC\left(\frac{S}{X}, 1\right), \lambda = \frac{1}{X}.$$

• **Zinsparität**:

$$F = S\left[\frac{r_d}{r_f}\right]^T.$$

• **europäische Kauf-Verkaufsparität**:

$$p = c - Sr_f^{-T} + Xr_d^{-T},$$
$$= c + (X - F)r_d^{-T}.$$

• **amerikanische Kauf-Verkaufsparität**:

$$C - Sr_f^{-T} + X \geqq P \geqq C - S + Xr_d^{-T}.$$

• **internationale Optionspreisparität**:
KO auf 1 \$ mit X = 1,6 DM: Recht 1 \$ für 1,6 DM zu kaufen oder 1,6 DM zu verkaufen für 1 \$ ⇒ VKO auf 1,6 DM mit X = 1 \$. Beide Optionen haben den gleichen Wert in heimischer Währung.

$$C_d(S,\ X_d) = S\,P_f(X_d W,\ X_f = 1),\ W \equiv {}^{1}\!/_{S}\ ,$$
$$= S\,X_d\,P_f\left(W,\ \frac{X_f = 1}{X_d}\right) = S\,X_d\,P_f\left(\frac{1}{S},\ \frac{1}{X_d}\right).$$
$$P_d(S,\ X_d) = S\,X_d\,C_f\left(W,\ \frac{X_f = 1}{X_d}\right) = S\,X_d\,C_f\left(\frac{1}{S},\ \frac{1}{X_d}\right).$$

ARBITRAGEBEDINGUNGEN

• **europäische Kaufoption**:

$$F\, r_d^{-T} = S\, r_f^{-T} \geqq c \geqq \max\left[0,\, S\, r_f^{-T} - X\, r_d^{-T}\right]$$

$$= \max\left[0,\, (F - X)\, r_d^{-T}\right].$$

• **amerikanische Kaufoption**:

$$S \geqq C \geqq \max\left[S - X,\, c\right].$$

• **europäische Verkaufoption**:

$$X\, r_d^{-T} \geqq p \geqq \max\left[0,\, X\, r_d^{-T} - S\, r_f^{-T}\right]$$

$$= \max\left[0,\, (X - F)\, r_d^{-T}\right].$$

• **amerikanische Verkaufoption**:

$$X \geqq P \geqq \max\left[X - S,\, p\right].$$

BEWERTUNGSFORMELN

• **Binomialformel**:

$$c = S\,\hat{r}_f^{-n}\,\Phi(a;\,n,\,\pi') - X\,\hat{r}_d^{-n}\,\Phi(a;\,n,\,\pi)$$
$$= \left[F\,\Phi(a;\,n,\,\pi') - X\,\Phi(a;\,n,\,\pi)\right]\hat{r}_d^{-n},$$

$$\Phi(\cdot,\,\pi') = \sum_{j=a}^{n} \binom{n}{j}\,\pi'^{j}\,(1-\pi')^{n-j},$$

$$\Phi(\cdot,\,\pi) = \sum_{j=a}^{n} \binom{n}{j}\,\pi^{j}\,(1-\pi)^{n-j},$$

$$\pi = \frac{\hat{r}-d}{u-d}\,,\ \pi' = \frac{\pi\,u}{\hat{r}}\,,\ \hat{r} = \frac{\hat{r}_d}{\hat{r}_f}\,,$$

a = kleinste nichtnegative ganze

Zahl größer als $\dfrac{\ln\left(\dfrac{X}{S\,d^{\,n}}\right)}{\ln\left(\dfrac{u}{d}\right)}$

• **modifizierte** **BLACK-SCHOLES-Formel**:

$$c = S\, r_f^{-T}\, \mathcal{N}(d_1) - X\, r_d^{-T}\, \mathcal{N}(d_2)$$
$$= \left[F\, \mathcal{N}(d_1) - X\, \mathcal{N}(d_2)\right] r_d^{-T},$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\dfrac{S}{X\, r^{-T}}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T},\; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

$$r = \frac{r_d}{r_f}.$$

3. PREISSCHRANKEN DER KO AUF WÄHRUNGEN

• Verletzung der Preisschranken ermöglicht *risikolose* Arbitrage-Gewinne.

• **europäisch**:

$$F\, r_d^{-T} = S\, r_f^{-T} \geqq c \geqq \max\left[0,\, S\, r_f^{-T} - X\, r_d^{-T}\right]$$
$$= \max\left[0,\, (F - X)\, r_d^{-T}\right].$$

Beispiel: Sei $c < S\, r_{-T;f} - X\, r_{-T;d}$:

Arbitrage-Portfolio in inländ. Währung	Gegenwart	Verfallstag $S^* \leq X$	Verfallstag $S^* > X$
Leerverk. ausl. DO	$S\, r_f^{-T}$	$-S^* \cdot 1$	$-S^* \cdot 1$
Kaufe X Ein. inl. DO	$-X\, r_d^{-T}$	$X \cdot 1$	$X \cdot 1$
Kaufe KO	$-c$	0	$S^* - X$
Summe	$S\, r_f^{-T} - X\, r_d^{-T} - c > 0$	$X - S^* \geq 0$	0

• **amerikanisch**: $S \geqq C \geqq \max\left[S - X,\, c\right]$.

1. Sei $C < S - X$. Kaufe KO und übe sofort aus.
2. Sei $C < c$. Schreibe europäische KO und

kaufe amerikanische KO: Gewinn heute. Halte amerikanische KO bis zum Verfallstag, an dem beide KOen den gleichen Wert haben. Keinen Verlust.

- $R_f > R_d$: Anreiz zur frühen Ausübung der amerikanischen KO $\Rightarrow$ Prämie. Analog zur KO auf Aktien mit kontinuierlicher Dividende.

4. Preisschranken der VKO auf Währungen

• Verletzung der Preisschranken ermöglicht *risikolose* Arbitrage-Gewinne.

• **europäisch**:

$$X\, r_d^{-T} \geqq p \geqq \max\left[0,\, X\, r_d^{-T} - S\, r_f^{-T}\right]$$
$$= \max\left[0,\, (X - F)\, r_d^{-T}\right].$$

Beispiel: Sei $X\, r_{-T;d} < p$:

Arbitrage-Portfolio in inländ. Währung		Gegenwart	Verfallstag $S^* < X$	Verfallstag $S^* \geq X$
Schreibe VKO		p	$-(X - S^*)$	0
Kaufe X Ein. inl. DO		$-X\, r_d^{-T}$	$X \cdot 1$	$X \cdot 1$
Summe	$p - X\, r_d^{-T} > 0$		$S^* > 0$	$X > 0$

• **amerikanisch**: $X \geqq P \geqq \max\left[X - S,\, p\right]$.

1. Sei $P < X - S$. Kaufe VKO und übe sofort aus.
2. Sei $P < p$. Schreibe europäische VKO und

kaufe amerikanische VKO: Gewinn heute. Halte amerikanische VKO bis zum Verfallstag, an dem beide VKOen den gleichen Wert haben. Keinen Verlust.

- $R_d > R_f$: Anreiz zur frühen Ausübung der amerikanischen VKO $\Rightarrow$ Prämie. Analog zur amerikanischen VKO auf Aktien mit kontinuierlicher Dividende.

5. BINOMIALMODELL

• Vorgeschlagen von SHARPE für *Aktienoptionen.* Entwickelt von COX, ROSS UND RUBINSTEIN [1979] sowie RENDLEMAN UND BARTTER [1979].

• **Vorteile**:

(1) einfach.

(2) schnelle Konvergenz $\approx 1/\sqrt{n}$.

(3) Bewertung von amerikanischen Optionen möglich, für die keine geschlossene Form bekannt ist.

• **Andere Methoden**:

1. Dynamische Programmierung.
2. Numerische Integration partieller Differentialgleichungen; PARKINSON [1977].
3. Unendliche Reihe europäischer Optionen; GESKE UND JOHNSON [1984].
4. Erweitertes Binomialmodell; NELSON UND RAMASWAMY [1990].

• Anwendung auf Währungsoptionen: Signifikante Abweichungen von simulierten Preisen in ADAMS UND WYATT [1987].

• **Grundidee der Optionsbewertung**:

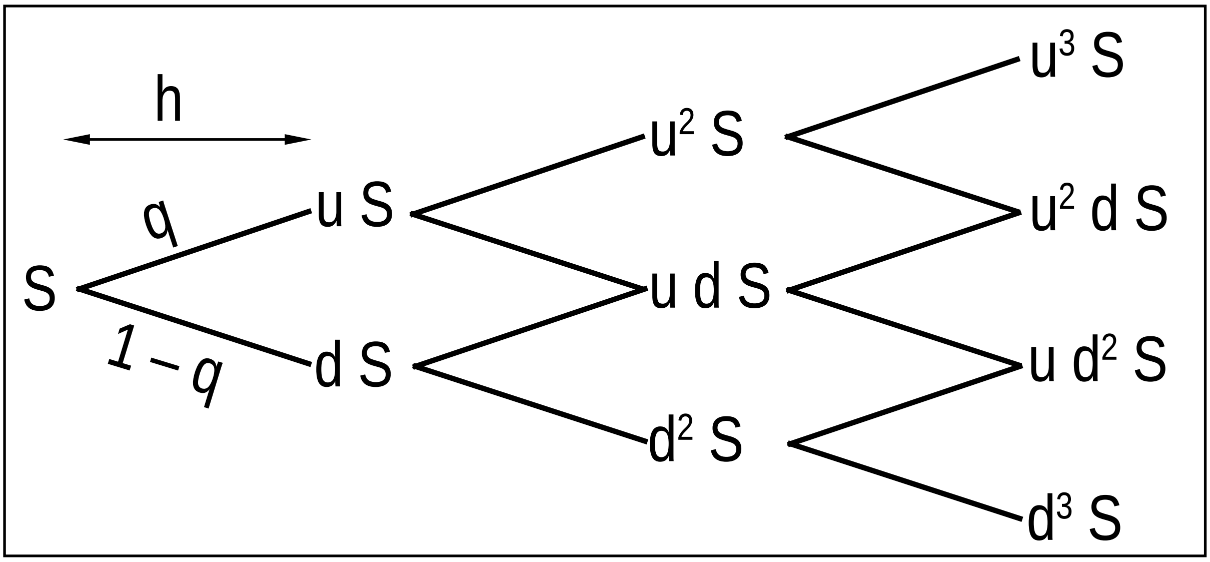
1. Duplizieren der künftigen Auszahlungen einer Option mit Hilfe eines kontinuierlich angepassten **äquivalenten Portfolios**. (Transaktionskosten seien null.)
2. Aus risikoloser Arbitrage folgt: Preise des äquivalenten Portfolios und der Option sind gleich.

• Optionsbewertung ist deshalb *unabhängig von den Präferenzen* der Investoren.

• **Annahmen des Binomialmodelles**:

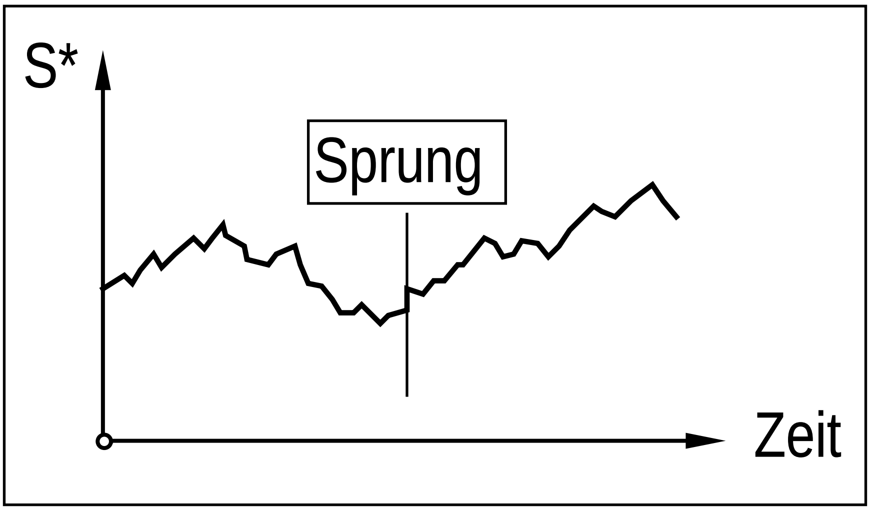
1. Diskrete Handels- (Zeit-) Intervalle. $h \equiv T/n$.

2. Bewegung des (Kassa-) Wechselkurses:



3. Wechselkurs bleibt positiv: $u > d > 0$.

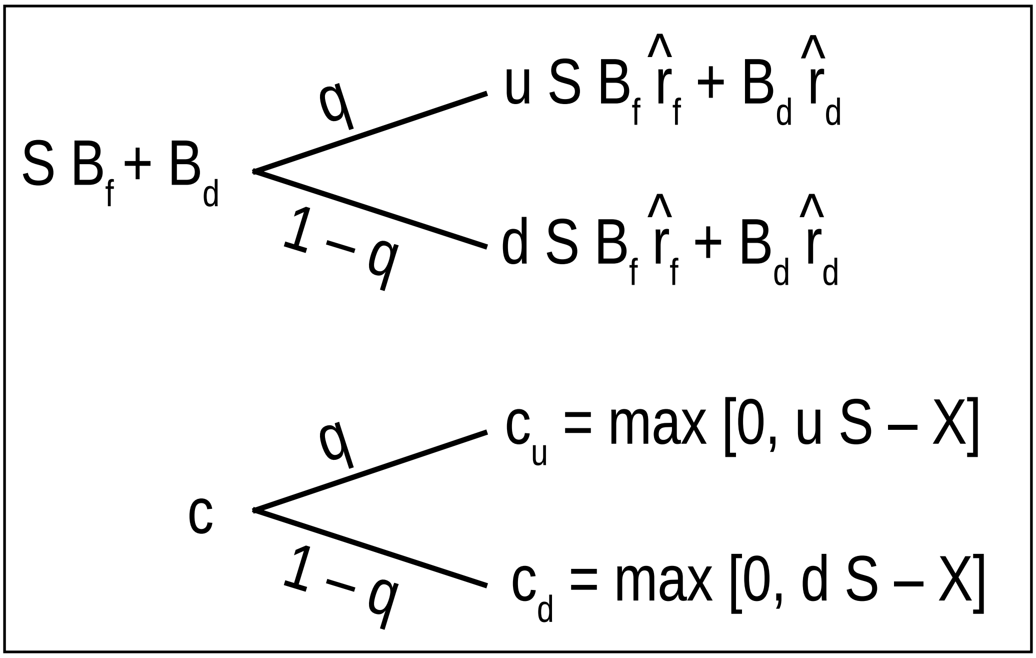
4. Beobachteter Wechselkurs sei *lognormal* verteilt mit *konstanter* Volatilität σ.



5. Die risikolosen Zinssätze je Handelsintervall seien konstant und positiv: $r;^{\wedge}_{d} \equiv 1 + R;^{\wedge}_{d} > 1$;

$r;^{\wedge n} \equiv r^{T}$. Analog für ausländischen Zinssatz.

- **Äquivalentes Portfolio** für letzte Periode:



1. Setzen Auszahlungen einander gleich:

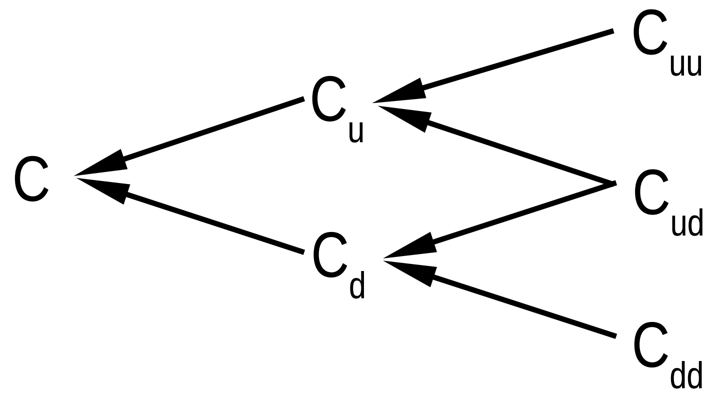
$$\left.\begin{array}{l} c_u = uSB_f\,\hat{r}_f + B_d\,\hat{r}_d \\ c_d = dSB_f\,\hat{r}_f + B_d\,\hat{r}_d \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 1 \geqq B_f \geqq 0, \text{ (lang)}, \\ \quad B_d \leqq 0, \text{ (kurz)}. \end{array}\right.$$

2. Preis KO = Preis äquivalentes Portfolios:

$$c = SB_f + B_d = \frac{\pi\, c_u + (1-\pi)\, c_d}{\hat{r}_d}\,,\ \pi \equiv \frac{\dfrac{\hat{r}_d}{\hat{r}_f} - d}{u-d}\,.$$

Preis der KO: Gegenwartswert der erwarteten Optionswerte unter Risikoneutralität.

• **Amerikanische KO**: Rückwärtsrechnen.



$C^* = \max\ [S^* - X, \text{äquivalentes Portfolio}]$

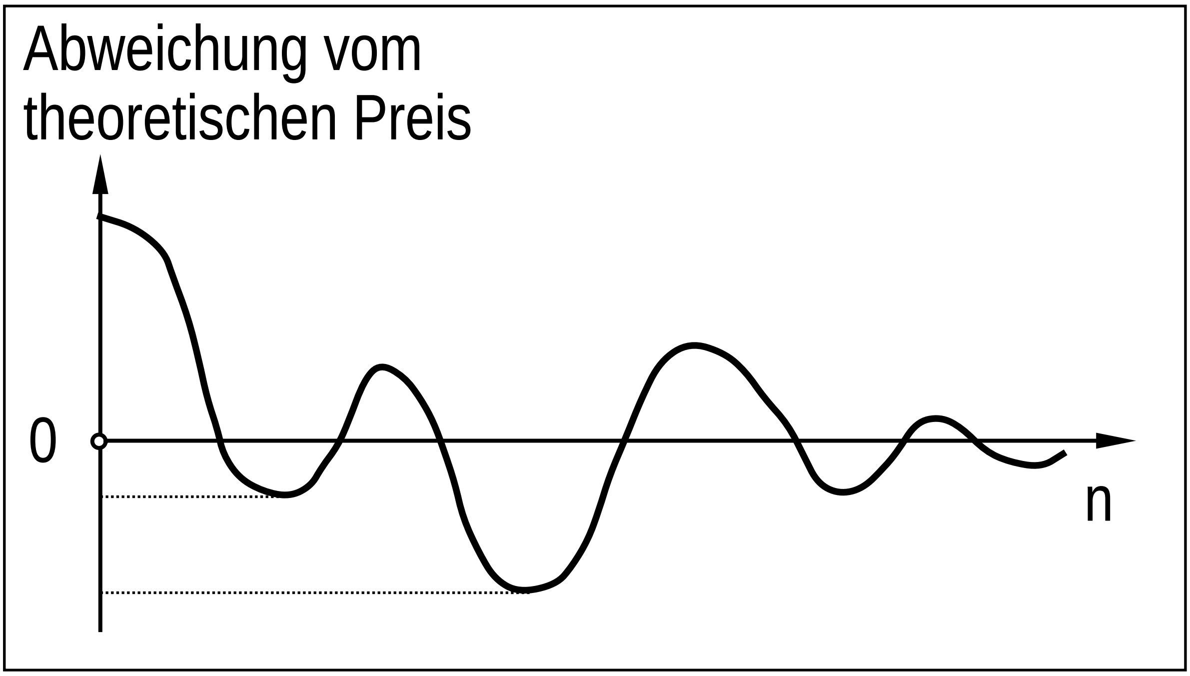
• **Konvergenz** des binomialen **Wechselkurses** zum beobachteten Wechselkurs durch Wahl der Parameter *u*, *d* und *q*:

	Mittelwert	Varianz	q
COX U. A.	$\mu_b = \mu$ $(\forall n)$	$\sigma_b \to \sigma$ $(n \to \infty)$	$q \to 1/2$ $(n \to \infty)$
RENDLEMAN U. A.	$\mu_b = \mu$ $(\forall n)$	$\sigma_b = \sigma$ $(\forall n)$	$q = 1/2$ $(\forall n)$

• **Konvergenz** des binomialen **Optionspreises** zum theoretischen Optionspreis:

1. Keine monotone Konvergenz; OMBERG [1988].

2. Keine gedämpfte Schwingung; COPELAND UND WESTON [1983].



3. Erfahrung: n = 150 – 200.

5. „Selbst mit einem ausgeklügelten Computer-Programm verbleibt für die Geschäftsbanken eine Restrisiko. … Geschäftsbanken sind weniger vom sozialen Wert denn vom Gewinn geleitet, der sehr gering geworden ist. Deshalb sollte die ZB die Rolle des aktiven Optionsschreibers übernehmen“; SONDERMANN [1987].
3. „Nach der Ausübung der Optionen durch das Publikum wird der Wechselkurs beim Ausübungspreis liegen.“ SONDERMANN [1987].
   a. Europäische Option wird am Verfallstag ausgeübt, falls $S^* > X$.
   b. Amerikanische Option wird ausgeübt, falls $S^* - X \geq C^*$.
4. „Weil die ZB als Schreiber den Optionspreis, d. h. zusätzliches Einkommen erhält, kann sie diesen unter jenem des Marktes ansetzen.“ SONDERMANN [1987].

a. Die ZB benötigt den Optionspreis für das Hedge-Portfolio.

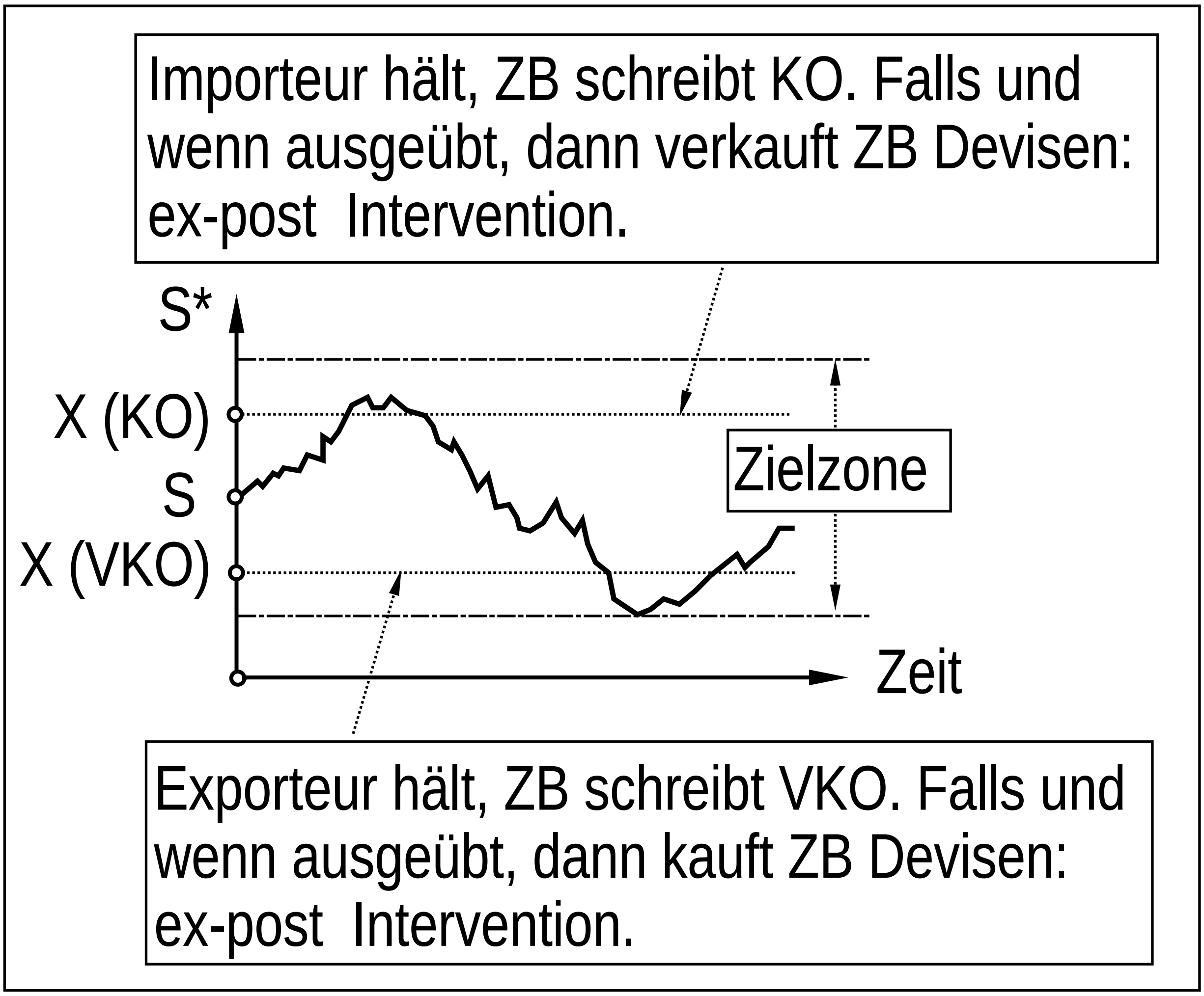
b. Falls die ZB ihre Optionen billiger als am Markt verkauft, könnten die Geschäftsbanken ihre geschriebenen Optionen durch Kauf der identischen Optionen bei der ZB vollständig absichern: Subvention der ZB an die Geschäftsbanken.

- **Zwei Einsatzmöglichkeiten**:

1. Beinflussung des gegenwärtigen Wechselkurses durch Optionen mit Hilfe der europäischen Kauf-Verkaufsparität.

$$\underbrace{S\, r_f^{-T}}_{\downarrow} = \underbrace{c}_{\downarrow} - \underbrace{p}_{\uparrow} + X\, r_d^{-T}.$$

2. Gleichzeitiges Anbieten von amerikanischen KOen und VKOen, damit Wechselkurs in gewünschter Zielzone gehalten werden kann.



a. *Koordination der ZBen*: KO auf Dollar in DM entspricht VKO auf DM in Dollar.

b. *Börsengängig* (ZB anonym; vier Verfallsdaten je Jahr) oder „*over-the-counter*“ (Option kundenspezifisch)?

c. *Europäische* (kontinuierliches Schreiben durch ZB) oder *amerikanische* (nur zeitweises Schreiben durch ZB) Optionen?

d. *Ankündigung* des Ausübungspreises, d. h. Bekanntgabe der Zielzone?
e. Ist *Einhaltung* einer engen Zielzone mit Hilfe von Währungsoptionen überhaupt *machbar*?